如果 𝑛 不是 𝑘 次方数（ 𝑘 为正整数），那么 \sqrt[k]{n} 为无理数.

Proof. 反设 \sqrt[k]{n}=p/q ， 𝑝,𝑞 为正整数且互质，因而 𝑝^𝑚 与 𝑞^𝑛 互质，因而存在 𝑚 使得 𝑚<𝑝^𝑘 /𝑞<𝑚+1 , 故 𝑝^𝑘−𝑚𝑞<𝑝 ，由 𝑝^𝑘=𝑛𝑞^𝑘 得 𝑝^𝑘−𝑚𝑝𝑞=𝑛𝑞^𝑘−𝑚𝑝𝑞 ，有 𝑝/𝑞=(𝑛𝑞^{𝑘−1}−𝑚𝑝)/(𝑝^{𝑘−1}−𝑚𝑞) ，因 𝑝^𝑘−𝑚𝑞<𝑝 ，由无穷递降，矛盾.

或 𝑝,𝑞 互素，则 𝑝^𝑘 和 𝑞^𝑘 互素，又因 𝑛 非 𝑘 次方数， 𝑞^𝑘 不为 1 ，因而 𝑛=𝑝^𝑘/𝑞^𝑘 矛盾.